



TITLE:

個体群のポアソン分布奇形(集団生物学の理論的研究,研究会報告)

AUTHOR(S):

真山, 紀

CITATION:

真山, 紀. 個体群のポアソン分布奇形(集団生物学の理論的研究,研究会報告). 物性研究 1983, 40(1): 135-137

ISSUE DATE:

1983-04-20

URL:

<http://hdl.handle.net/2433/90875>

RIGHT:

示す可能性があることである。この減衰振動は、次の条件が満たされれば起る。

(i) $t = 0$ での X_n/X および細胞サイクル位相についての分布が、定常分布と大きく異なること。

(ii) g_0 と $g_n \geq 1$ との差が、それぞれの標準偏差の和よりも大きいこと。

むすびに宣伝を一言。実験的に g_n を決めるためには、これまでは顕微鏡下で分裂を観察していた。上述の理論を使えば、十分増殖した集団について f_n と総人口増加率 r とを測ることによって g_n を決定でき、この方がはるかに簡単であり、また精度を高めることができる。さらに、細胞サイクルの特定の段階(タンパク合成とかDNA合成とか)が、どのくらいの時間続くかといったことについての細胞生理学的な知識も、培地の選択をすることによって得ることができる。理論的には、上述の理論は階層構造をもった人口論の、極めて特異な例になっている。

個体群のポアソン分布変形

東海大・工 真 山 紀

着目したシステムの解析にとって、素過程を明らかにし、マスター方程式を用いる方法は基本的であるが、系が非線形るとき、モーメントを求める際、モーメントの階層構造が現われ方程式が閉じない場合が多い。更に、取り扱う確率変数 X (状態値 $0, 1, 2, \dots$) の平均値 $\langle X \rangle$ が小さいときは、ガウス分布を用いる近似が議論できず又、確率(密度)関数 $P(X)$ が X で微分できない場合と相まって、計算を困難なものとしている。

本報告は、定常状態で、ポアソン分布からのずれをも生ずる非線形な確率遷移率を持つ系の、モーメントに関して近似を与え得る理論を実測値と共に示すことにある。

■ 着目した系の大きさを Ω とし、時刻 t で Ω に存在する“粒子”の数を確率変数 X にとる。状態 X から $X' (X \neq X')$ への遷移率 $W(X, X')$ は図-1 の様に

$$\left\{ \begin{array}{l} W(X, X+1) = \Omega \frac{\lambda_0}{\Omega} \left(1 + \frac{a}{\Omega} \frac{X}{\Omega}\right) \\ \quad (X=0, 1, 2, \dots, N-1) \\ \\ W(X, X-1) = \Omega \frac{X}{\Omega} \left(1 + \frac{b}{\Omega} \frac{X}{\Omega}\right) \\ \quad (X=1, 2, 3, \dots, N) \\ \\ \text{他は } 0 \quad (\lambda_0, a, b > 0) \end{array} \right.$$

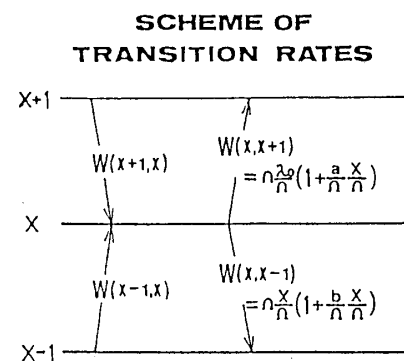


図 1

真山紀

とする。

この遷移率についてのマスター方程式は

$$\left\{ \begin{array}{l} \frac{\partial}{\partial t} P(0, t) = -\Omega \frac{\lambda_0}{\Omega} P(0, t) + \Omega \left[\frac{1}{\Omega} + \frac{b}{\Omega} \frac{1}{\Omega} \frac{1}{\Omega} \right] P(1, t) \quad (X=0) \\ \\ \frac{\partial}{\partial t} P(X, t) = \Omega \left[\frac{\lambda_0}{\Omega} + \frac{\lambda_0}{\Omega} \frac{a}{\Omega} \frac{X-1}{\Omega} \right] P(X-1, t) \\ \quad - \Omega \left[\frac{\lambda_0}{\Omega} + \left(\frac{\lambda_0}{\Omega} \frac{a}{\Omega} + 1 \right) \frac{X}{\Omega} + \frac{b}{\Omega} \frac{X}{\Omega} \frac{X}{\Omega} \right] P(X, t) \\ \quad + \Omega \left[\frac{X+1}{\Omega} + \frac{b}{\Omega} \frac{X+1}{\Omega} \frac{X+1}{\Omega} \right] P(X+1, t) \quad (0 < X < N) \\ \\ \frac{\partial}{\partial t} P(N, t) = \Omega \left[\frac{\lambda_0}{\Omega} + \frac{\lambda_0}{\Omega} \frac{a}{\Omega} \frac{N-1}{\Omega} \right] P(N-1, t) \\ \quad - \Omega \left[\frac{N}{\Omega} + \frac{b}{\Omega} \frac{N}{\Omega} \frac{N}{\Omega} \right] P(N, t) \quad (X=N) \end{array} \right.$$

となるが，実測値に対応させて定常解 ($t \rightarrow \infty$) を，又ここで $N \rightarrow \infty$ としてポアソン分布を含めて，議論する。

■ 前述のマスター方程式から，平均値と分散を，3 次の中央モーメントも用いて表わす。

更に，ポアソン分布には厳密に $\frac{\langle X \rangle}{\Omega} = \frac{\langle (\Delta X)^2 \rangle}{\Omega} = \frac{\langle (\Delta X)^3 \rangle}{\Omega}$ ($\Delta X \equiv X - \langle X \rangle$) の関係が成立することに注意し， $\frac{\langle X \rangle}{\Omega} = \text{一定で } \Omega \rightarrow \infty$ にしていき，

$$\frac{\langle X \rangle}{\Omega} = x + \frac{x_1}{\Omega} + O_x[\epsilon^1], \quad \frac{\langle (\Delta X)^2 \rangle}{\Omega} = y + O_y[\epsilon^0]$$

でオーダー評価する。ここで $\epsilon \equiv \frac{1}{\Omega}$ ， $O[\epsilon^n]$ はオーダー ϵ^n の項より小さい値をもつ任意関数である。そうすると，オーダー ϵ^0 と ϵ^1 までで x ， $x_1(x, y)$ ， y は求まる。

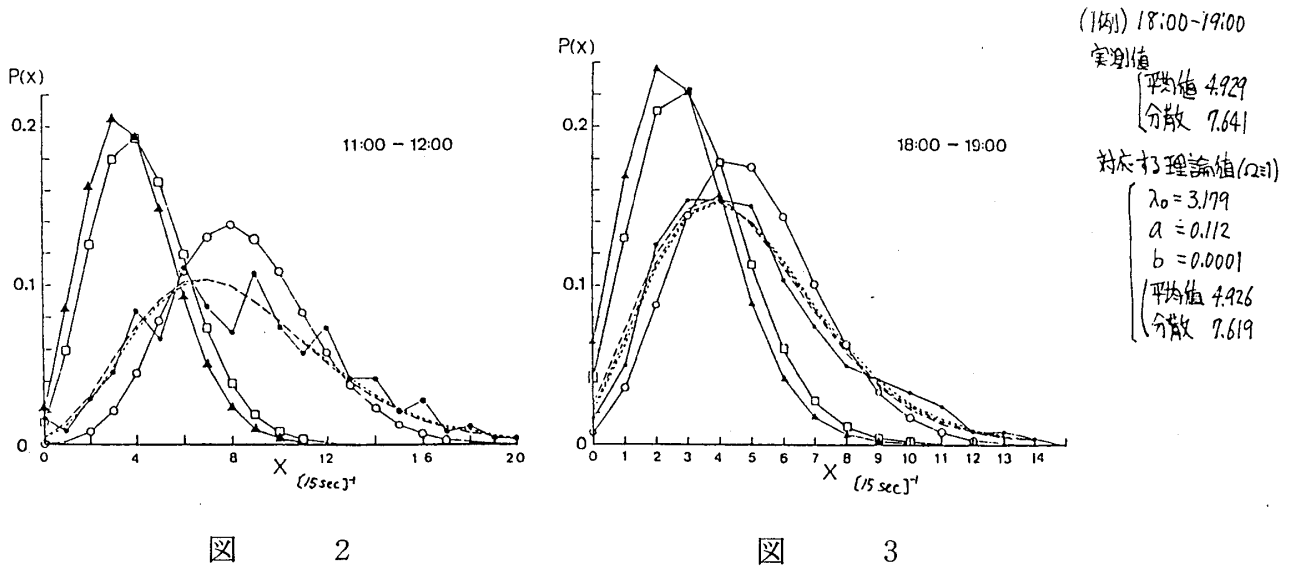
ポアソン分布 (厳密解) を別法で得ることができ，その解は上述の関係が自己無どう着であることを示している。

■ λ_0 ， a ， b はこの順に， x と y から決定でき，実際，次の実測値に対して，4 桁までで十分に良い結果を与えている。

■ 東名高速道路で，一方向の車両通過台数を 15 秒毎に 24 時間連続測定した。これによると，交通量は変動するが，15 秒毎の交通量の時間当り (例えば 1, 2, 3 時間当り) の頻度分布は，図-2，3 の様に通例用いられている，同じ平均値を持つポアソン分布よりピーク付近で小さい値をとりピークの両側のすそ値が大きいパターンを常に持つ。5 秒毎 (1 時間測定) の実測値でも同様である。尚，各車とも速度はほぼ同じである。

図-2，3 は，車流は群れる傾向があることも示す。

個体群のポアソン分布変形



NORMALIZED DISTRIBUTION

- 実測値
- 実測値と同じ平均値を持つ
ポアソン分布
- 平均値 $\frac{\lambda_0}{2}$ ($a=b=0$) の
ポアソン分布
- ▲—▲ 平均値 $\frac{\lambda_0}{2} (1 - \frac{a}{2} \frac{1}{\lambda_0})$ の
ポアソン分布 ($a \neq 0, b \neq 0$)
- } λ_0 を $\left\{ \frac{1}{2}, \frac{1}{4} \right\}$ 桁で求めたもの

ゾーリムシのランダム運動

東北大・工 原 啓 明

ゾーリムシの運動(泳ぎ)の様子は、良く観測され、これまでそのいろいろなデータが得られている。^{1)~4)} その中で最近、川久保、槌屋の実験²⁾ によると、ゾーリムシの分布の時間変化から得られた拡散係数は単純なランダムウォークの理論による温度依存性と異なり、培養された温度附近にピークを持つことが分った。

ここでは拡張した GRW (generalized random walks)⁵⁾ を適用して、Ⅰ) 実験と一致する拡散係数 D の温度係数を与えるモデル、Ⅱ) カオス的な運動を行うモデル及び、Ⅰ), Ⅱ) の取扱いを Ⅲ) 2次元へ拡張することについて述べる。RGWでは原点を出発したウォーカーが N ステップ後に位置 m にくる確率、 $W(m, N)$ は位置間 $(m - \alpha \cdot 1 \rightarrow m)$ をとび移る確率 $P_{N-1}^\alpha(m | m - \alpha \cdot 1)$, ($\alpha =$